



TITLE:

大気中のソリトン(流体の非線形波動現象の数理とその応用)

AUTHOR(S):

辻村, 豊

CITATION:

辻村, 豊. 大気中のソリトン(流体の非線形波動現象の数理とその応用). 数理解析研究所講究録 1995, 908: 1-11

ISSUE DATE:

1995-05

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/59508>

RIGHT:

大気中のソリトン

気象大学校 辻村 豊

1 はじめに

大気は1ミクロンの雲粒から数万キロのプラネタリー波に至る複合したスケールの現象が複雑に絡み合う非線形システムである。この中に様々な秩序構造 *Coherent Structure* が存在している。

気象学の重大な課題に大気現象の予報があるが、総観規模スケール $O(3000km)$ 以上のスケールに関しては1週間程度までなら数値予報でほぼ大丈夫となっている。しかし、 $O(100km)$ 以下のメソスケール現象に関しては、現象の持つ時間スケールの短さ・観測点の少なさなどのために十分な予報できる状況ではないのが現状である。

秩序構造としての大気中のソリトンに関する研究は、現象の水平スケールが $O(100km)$ 以下のメソスケールにおける内部重力波ソリトンに関するものと、 $O(3000km)$ 以上のシノプティックスケールにおけるロスビー波ソリトンに関するものとに大別出来る。

前者の比較的小さなスケールの現象に関しては、概ねこれまでの1次元の内部重力波ソリトンモデルを用いて定性的には説明できると考えられているが、定量的にはまだまだ検討すべき課題が多い。後者の大規模スケールの現象（ブロッキング現象や木星の大赤斑など）に関しては、様々な秩序構造 *coherent structure* のモデルが提唱されており*、厳密な意味での「ソリトン」モデルはその中の一つにすぎない。

以下では、メソスケールの内部重力波ソリトンに関係すると考えられている現象と、これらに対する理論モデルの現状について簡単に紹介することにする。以下で議論する典型的な成層状態は下図の様なものである。

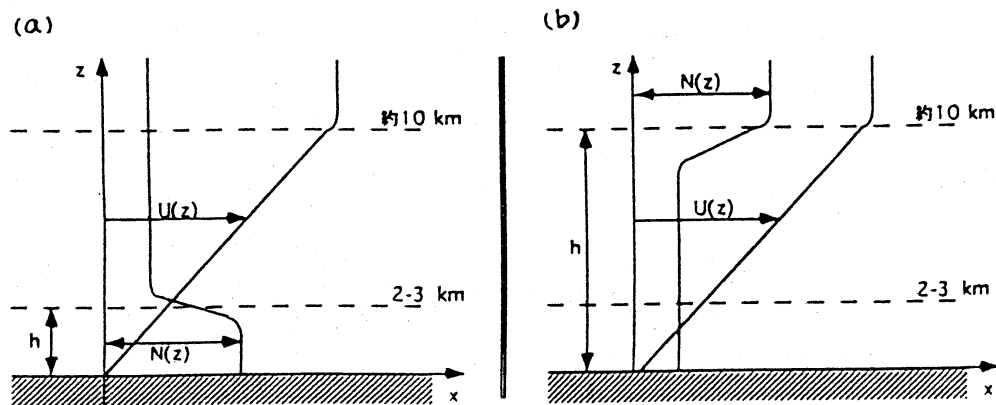


図 1: 内部重力波ソリトンに関する典型的な成層状態 (a) BDO タイプ (b) KdV タイプ [山腰裕一作成]

*詳しく知りたい方は辻村 豊他 (1993): 気象研究ノート 特集「気象とソリトン・モドン (上・下)」178,179 日本気象学会 の中の木本昌秀:ブロッキング現象や矢野順一:木星の大赤斑などをご覧下さい。

2 メソスケールの大気現象とソリトン

ここでは大気中のソリトンと考えられている代表的な観測例をいくつか簡単に紹介する。いずれの現象も

- 孤立して安定である
- 発生源からかなり長距離のところまで伝播する

というソリトンの性質を示している。しかも、このような現象は突風を伴うことが多いので、天気予報の立場からも十分注意を払う必要がある。図2は航空機が内部重力波ソリトンと遭遇した場合に予想される状況を示したもので、ソリトンに伴う上昇流・下降流の危険性を例示している。

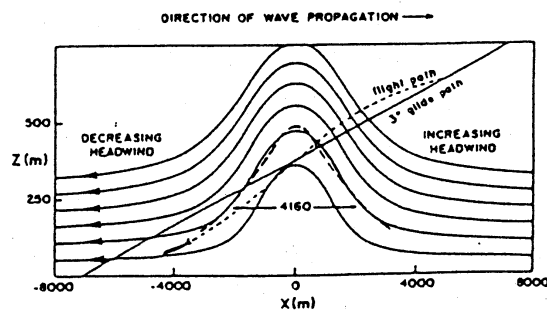


図 2: 航空機と内部重力波ソリトン [Doviak & Christie(1989)] 太い実線は数値計算から求めたソリトンの流線で、破線は観測値。

2.1 ガストフロント $L \sim O(1km)$

雷雲からはその激しい対流活動に伴って内部重力波が発せられることがしばしば報告されているが、ここで紹介するガストフロント（突風前線）**Gust Front** は、1980年5月11日に米国オクラホマ州の National Severe Storms Laboratory (NSSL) で観測されたもので、対流起源の内部重力波ソリトンを捉えたものと考えられている。この地域には、NSSL のドップラーレーダー、観測測器が備え付けられた高さ 444m のテレビ塔、地上観測ネットワークなどが整備されており、多角的にトルネードやガストフロントなどを観測することができるようになっている。このガストフロントに関する観測は現在知られている大気中のソリトンの観測例として最も詳しいものである。

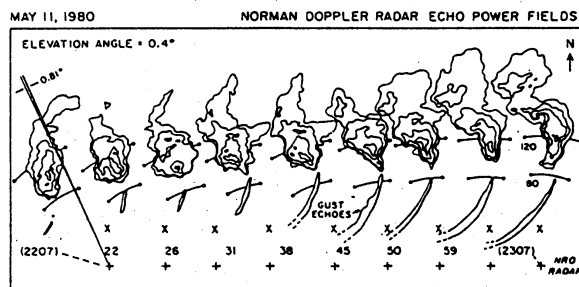


図 3: ドップラーレーダーエコーの時系列 [Doviak & Ge(1984)] 雷雲とガストフロントのエコー (2207CST~2307CST) を重ね合わせたもの。

図3は雷雲から発せられた線状のガストフロントの動きをドップラーレーダーのエコーの重ね合わせで示したものである。+記号がレーダーサイトの位置、×記号がテレビ塔の位置を表わしている。80、120と書き込まれた弧は、それぞれ80km、120kmの距離の所を示している。Doviak & Ge(1984)によれば、雷雲までの距離は約100kmとかなり離れている。その雷雲は北東の方向へ約23m/secで移動して行き、一方、雷雲から発せられたガストフロントは南東の方向へ約13m/secで進み、ちょうど観測ネットワーク領域に向かって来たわけである。

この線状のガストフロントが観測点を通り過ぎた時の解析結果（相当温位と風の流線：図4）を示しておこう。きれいなソリトン状の構造が見えている。

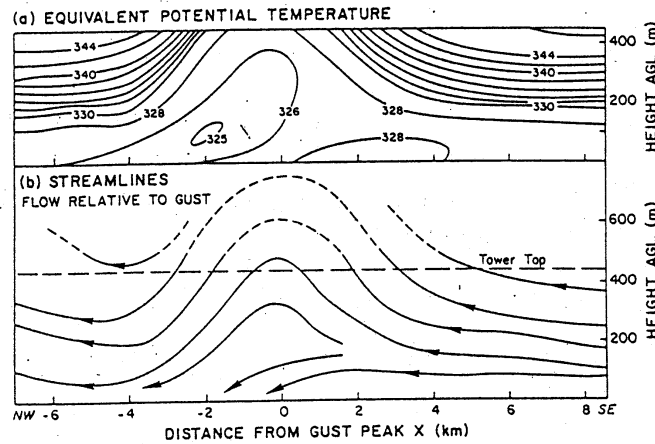


図4: (a) 相当温位の分布 (b) 相対風速の流線 [Doviak & Ge(1984)] 横軸はガストフロントのピークからの距離。

このガストフロントに対して、Doviak, Chen & Christie (1991) は Benjamin-Davis-Ono eq. に従う代数ソリトンモデルとの比較を試みている。 (x, z) の空間2次元モデルを用い、流線関数 $\psi(x, z, t)$ が変数分離できる（ $\psi(x, z, t) = f(x, t)\phi(z)$ ）と仮定すると、鉛直構造方程式は次のようになる。

$$\phi'' + l^2 \phi = 0 \quad (1)$$

$$\text{ここで } l^2 \equiv \frac{N^2}{(u_0 - c_0)^2} - \frac{u_0''}{(u_0 - c_0)} : \text{Scorer Parameter}$$

これに付加される境界条件は

$$\phi(0) = 0, \quad \frac{d\phi(h)}{dz} = 0 \quad (2)$$

ここでは示していないが、観測されている大気の基本場は、ほぼ $h = 1\text{km}$ 付近に逆転層があり、ここを Wave Guide の上端として扱う。また実際の大気は成層があり、基本流もシアを持つので、上記の Scorer parameter を用いた形に拡張して、Wave Guide の上層では $l^2 = 0$ として議論している。ソリトンの水平構造を決定するのは BDO 方程式である。

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} + \alpha f \frac{\partial f}{\partial \xi} - \beta \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \mathcal{H}(f) = 0 \quad (3)$$

ここで、係数 α, β は

$$\alpha = \beta \int_0^h \frac{\phi^3}{(u_0 - c_0)^2} \left[(u_0 - c_0)(l^2)' + \left(\frac{N^2}{(u_0 - c_0)} \right)' \right] dz \quad (4)$$

$$\beta = - \left[\int_0^h \frac{\phi^2}{(u_0 - c_0)} \left\{ l^2 + \frac{N^2}{(u_0 - c_0)^2} \right\} dz \right]^{-1} \quad (5)$$

このような弱非線形モデルに関する彼らの計算結果をまとめると

- 基本場の風の鉛直シアを無視すれば、波の伝播速度に関してはよい一致を得る。ただし、波の水平スケールは $\lambda \sim 0.8\text{km}$ となり実測 ($\lambda \sim 1.6\text{km}$) の半分程度にしかない。
- 基本場の風の鉛直シアを考慮すれば、波の水平スケールは実測値の 80 % 程度の値を与えるが、伝播速度に関しては 30 % 程度の過大評価を与えてしまう。

この結果は同じガストフロントを密度流とみなす Chimonas & Nappo (1987) の結果よりも良いもので、このガストフロントは内部重力波ソリトンであると考えて良いと思うが、残念ながらまだ定量的に満足の行く結果ではない。今後考慮すべき点としては、次のようなものが挙げられる。

1. 現実の大気成層と基本流シアを持つので、Ono (1975) を Scorer Parameter を用いる形に拡張して上層を $l^2 = 0$ として議論しているが、実測では本当は $l^2 < 0$ となっている。このガストフロントの水平スケールから考えれば、BDO eq. で記述されるのが妥当とは思いますが、上層の取り扱いには再考する必要があるかもしれない。
2. 図 4 (a) の相当温位の分布を見ても分かるように、ガストフロントの領域内に雷雲から取り込んだ低温位空気塊が存在し、これを後方に流出しながら伝播している。これによるドラッグの効果は考慮されていない。

2.2 モーニンググローリー $L \leq O(10\text{km})$

モーニンググローリー *Morning Glory* とは、北オーストラリアのカルペンタリア湾の東のケープヨーク半島からカルペンタリア湾南岸地域にかけて、10 月ごろの春暁に発生する風のスコール *wind squall* のことで、気圧ジャンプを伴い、巨大なロール上の線状雲とともにやって来る現象である (Clarke, Smith & Reid (1981))。雲頂は大抵の場合 2500m を越えることはなく、降雨を伴うことは稀で、ロール上の線状雲が幾重にも連なって来ることがしばしばある。ただし、まったく雲を伴わないモーニンググローリーも観測されている。

図 5 は、GMS 「ひまわり」の赤外画像から得られたモーニンググローリーのロール雲の動きを示したもので、あたかも海岸に打ち寄せる津波のようにカルペンタリア湾を進んで行くのがよく分かる。

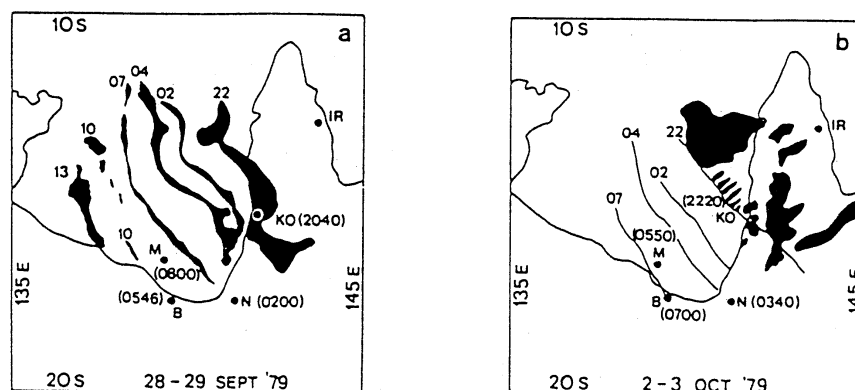


図 5: GMS 「ひまわり」の赤外画像によるモーニンググローリーの雲の動き [Clarke et al. (1981)] (a) 1979 年 9 月 28 日 - 29 日 (b) 1979 年 10 月 2 日 - 3 日 観測点の数字は気圧ジャンプの通過時刻

このようなモーニンググローリー現象が何故に朝に起こるのかという点については、夜間の放射冷却によって生じる逆転層 *nocturnal inversion layer* の存在が重要であると考えられている。これはソリトンの安定伝播の条件そのものと言える。

また、モーニンググローリーが起り易い概況として、

- 地表付近の湿度が高い
- 北クイーンズランド東岸に高気圧がある
- カルペンタリア湾をよぎる北よりの風がある
(これはカルペンタリア湾南岸東岸地域への湿度の供給と考えられる)

が挙げられている。

現在、モーニンググローリー現象は基本的に内部重力波ソリトンであると考えられている。発生についてはケープヨーク半島東岸からの海風前線 *sea breeze front* と夜間に発達した逆転層との相互作用ではないかと考えられているが、詳しいことはまだわからない。発生し易い概況として挙げられている高湿度に関しては、その役割がほとんどわかっていない。

さて、モーニンググローリーには気圧ジャンプが伴うと書いたが、微気圧計による、より詳細な気圧の観測から大変おもしろいことが見つかった。

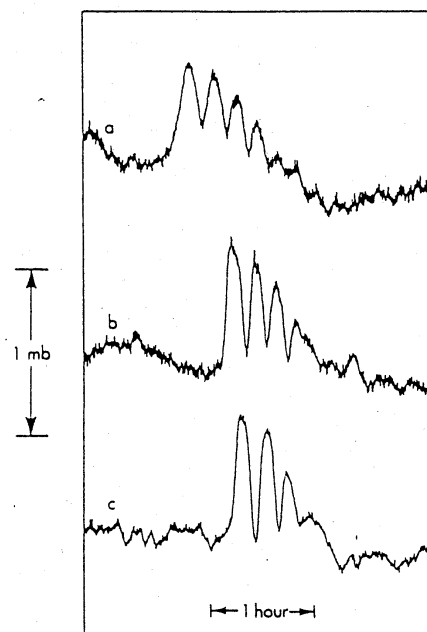


図 6: 微気圧計による観測記録 [Christie(1989)] 観測地点: Edward River (ER) 各々の開始時刻、発生源の方位角、伝播速度は (a) 1983 年 9 月 15 日 21:52 EST、28 deg.、5.9m/s (b) 1983 年 9 月 18 日 21:20 EST、31 deg.、6.3m/s (c) 1983 年 9 月 24 日 21:17 EST、35 deg.、7.2m/s

図 6 は Edward River で観測された記録で、これはモーニンググローリーを形成するソリトンが振幅の順に並んだ状態であると理解されている。大気現象で孤立したソリトンを観測した例は数多くあるが、ソリトン列と思われる観測例は、このモーニンググローリーの他に見た記憶がない。このような点でもモーニンググローリーはたいへん注目すべき現象である。

Rottman & Einaudi (1993) は、このようなモーニンググローリーを BDO eq. で記述される代数ソリトンと考えてモデルを作り、観測との比較を行った。彼らのモデル計算は、通常のデータ解析のやり方と少し異なり、

- 基本場を解析関数でフィティングして平滑化しておく
- 得られた固有関数についても解析関数でフィティングする

というもので、ソリトン方程式で登場する非線形項や分散項の係数を求める積分に固有関数や固有関数の微分の冪乗が入ることを考慮している。

彼らはこのモデルを用いて 1981 年 10 月 11 日早朝に発生したモーニンググローリーの解析を行った。

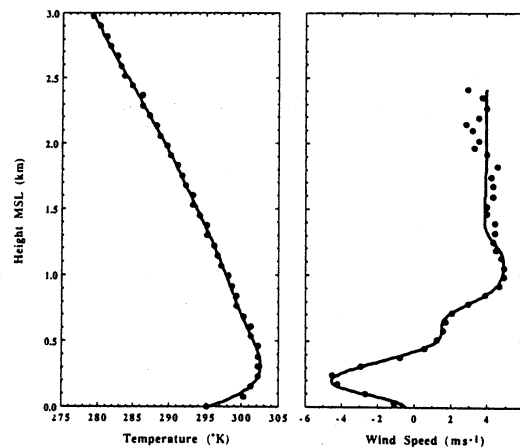


図 7: Burketown における温度と風速の鉛直断面 [Rottman & Einaudi (1993)] 1981 年 10 月 11 日 0600LST 図中の黒点が観測値で、実線がフィティング関数

図 7 は 1981 年 10 月 11 日 0600LST の Burketown における温度と風速の鉛直断面で、0700LST ごろのモーニンググローリー通過（図 8）前の基本場を与えている。

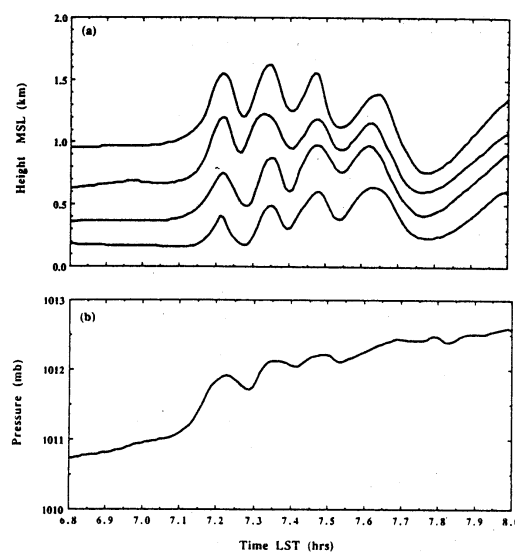


図 8: 1981 年 10 月 11 日 Burketown における流線の鉛直断面と地上気圧の時間変化 [Rottman & Einaudi (1993)]

Rottman & Einaudi (1993) は、Wave Guide 上端の高さや波の振幅をいろいろ試して、Wave Guide の上端の高さを 2km、波の振幅を 1100m としたときに次のような結果を得た。

表 1: 計算値と観測値の比較 [Rottman & Einaudi (1993)]

	計算値	観測値
伝播速度	12.4 m/s	11.1 ± 0.2 m/s
λ	1.6 km	1.5 ± 0.2 km
地上気圧	0.8 mb	0.9 ± 0.1 mb

これは地上気圧が最も良く一致するようにパラメータを設定したもので、ソリトン列の 1 番目に関して、地上気圧の計算値と観測値（図 9）、流線の計算値と観測値（図 10）をプロットすれば次のようになった。

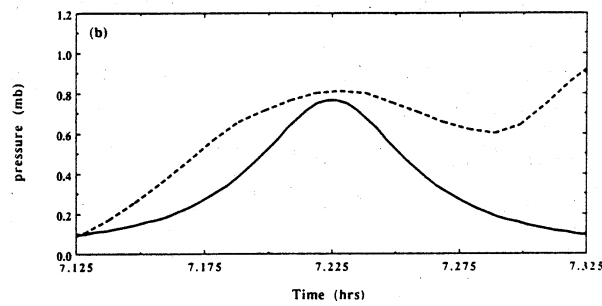


図 9: Burketown における地上気圧の時間変化 [Rottman & Einaudi (1993)] 実線：計算値 破線：観測値

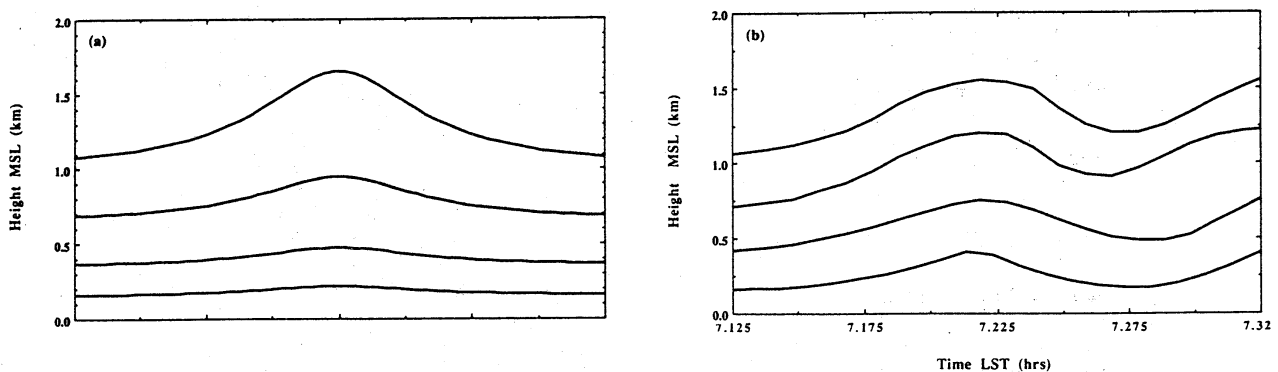


図 10: Burketown における流線の時間変化 [Rottman & Einaudi (1993)] (a) 計算値 (b) 観測値

概ね良い結果を与えているとは思いますが、いくつか問題点もある。

- 地表近くで生じている現象なので、本来、大気境界層による摩擦の効果が大きいと考えられるが、現在のモデルでは考慮されていない。
- 与えた振幅が 1100m というかなり大きな値であることは元々の弱非線形の定式化と矛盾する可能性が高い。むしろ強非線形での取り扱いを考えるべきと思う。

- ここで取り上げた解析例はモーニンググローリーという Undular Bore の undulation 間隔が比較的小さい場合で、BDO eq. による記述が妥当な範囲にあると考えられるが、同じモーニンググローリーでも 10km 程度のより大きな水平スケールを与えている観測例も多い。モーニンググローリー全体を理解するためには BDO eq. 以外の定式化も必要と考えられる。

2.3 Pressure Dip $L \leq O(100km)$

わずかな数十分間の間に数 mb もの急激な気圧の下降と上昇を示す Pressure Dip (気圧急変動) と呼ばれる現象がときどき観測される。この Pressure Dip は地上気圧観測の自記紙上で特徴的な V 字形の変化を示し、日本でも毎年数例が報告されている。

この様な Pressure Dip は、多くの場合、孤立して安定な波動として各地の観測地点上を通過して行き、その安定性や伝播速度などから内部重力波ソリトンと考えることが妥当である。

実際、Lin & Goff(1988) は、1969 年 3 月 6 日に米国東部を通過した Pressure Dip を解析し、理論モデルとの比較から、彼らの解析した気圧急変動は KdV 形の内部重力波ソリトンであろうと結論している。

図 11 (a) はこの時の気圧計の記録で、特異な V 字形のくびれが南部の観測点 (図の下の方) から次第に北部の観測点へと伝播して行くさまを良く示している。しかもこの気圧の急変動は 3 - 6mb にも達するものである。図 11 (b) は孤立した低気圧の移動をまとめたもので、1000km 以上の距離を安定に伝播して行く姿はまさにソリトンである。平均的な伝播速度は 55m/s と見積られ、約 9 時間に亘って安定に伝播して行った。

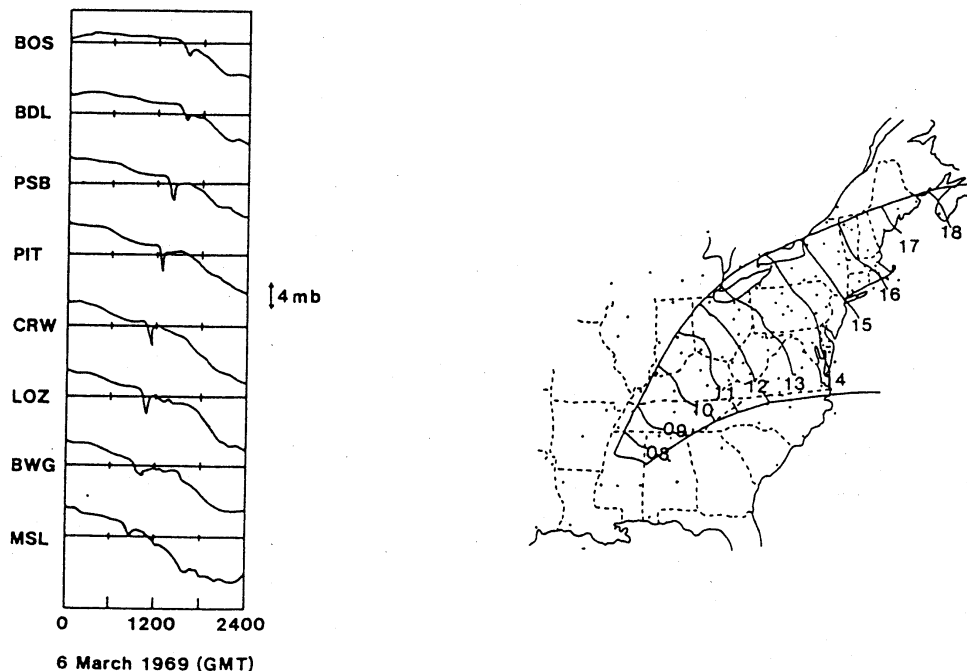


図 11: (a) 地上気圧記録 (1969 年 3 月 6 日) (b) 低気圧中心の等時線及び境界 [Lin & Goff(1988)] ここで観測点の略号は BOS-Boston, MA BDL-Hartford, CT PSB-Philipsburg, PA PIT-Pittsburgh, PA CRW-Charleston, WV LOZ-London, KY BWG-Bowling Green, KY MSL-Muscle Shoals, AL

日本でも同様な観測例がある。Lin & Goff(1988) が解析した米国東部の Pressure Dip に比べると小ぶりだが、明確な Pressure Dip の伝播を確認できる。図 12 は筆者ら (Tsujiura, Yamakoshi, Miyao & Matsuda(1995)) が現在解析を進めている 1991 年 4 月 8 日に関東地方を通過した Pressure Dip である。

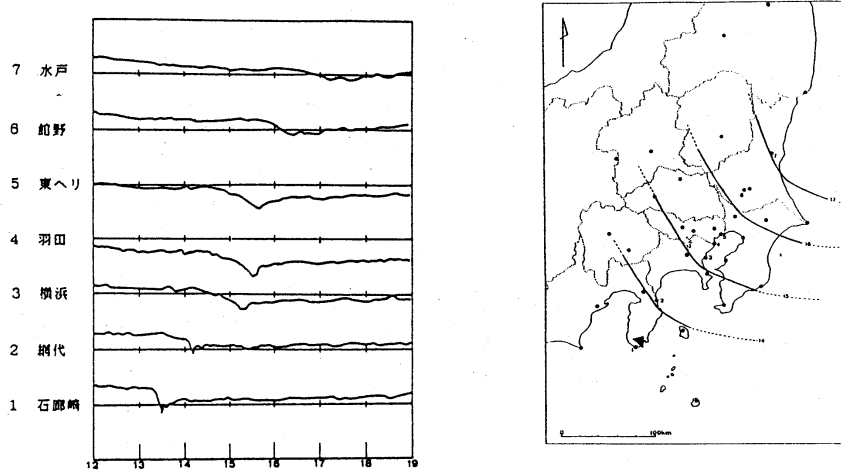


図 12: (a) 地上気圧記録 (1991 年 4 月 8 日) (b) 等時線 [辻村・松田 (1992)]

図 13 は気圧偏差をプロットしたもので、水平構造の特徴は進行方向の中心線に対してほぼ左右対称であるが、くの字形に折れたような形態をとり、進行方向にやや突立ったボアに近いものとなっている。

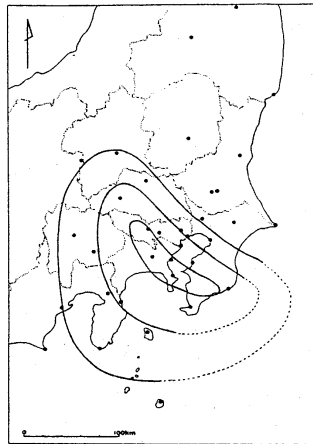


図 13: 気圧偏差の水平構造 (1991 年 4 月 8 日 1500GMT) [辻村・松田 (1992)]

この様な Pressure Dip に対しては、水平スケール $O(100km)$ と鉛直スケール $O(10km)$ の大きさから KdV ソリトンモデルが妥当と考えられる。我々が用いている解析方法は Rottman & Einaudi (1993) と基本的に同様で

- 基本場を解析関数でフィティングして平滑化しておく
- 得られた固有関数についても解析関数でフィティングする

というもののだが、鉛直固有方程式を解く際に Rottman & Einaudi (1993) が shooting method で発見的に固有値を求めたのに対して、層モデルを導入して 2 次の行列固有値問題に帰着させ、可能な固有値をすべて調べ上げる点で異なる。

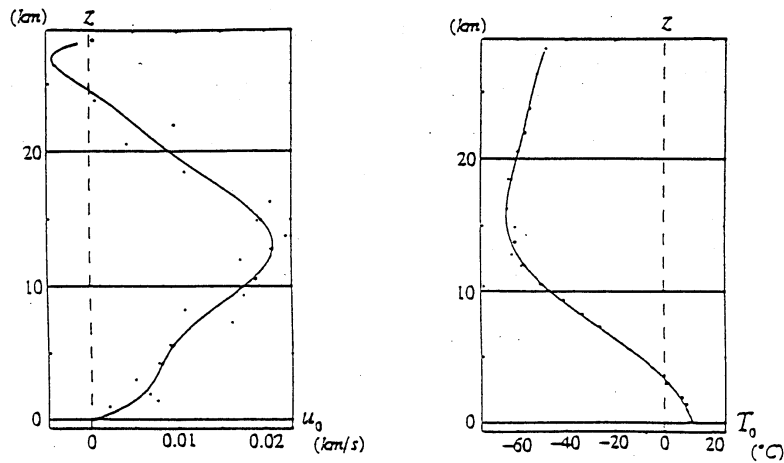


図 14: 基本場の (a) 風速 (b) 気温 の鉛直断面図 (1991 年 4 月 8 日 1200GMT 館野) 黒点: 観測値 実線: フィッティング関数

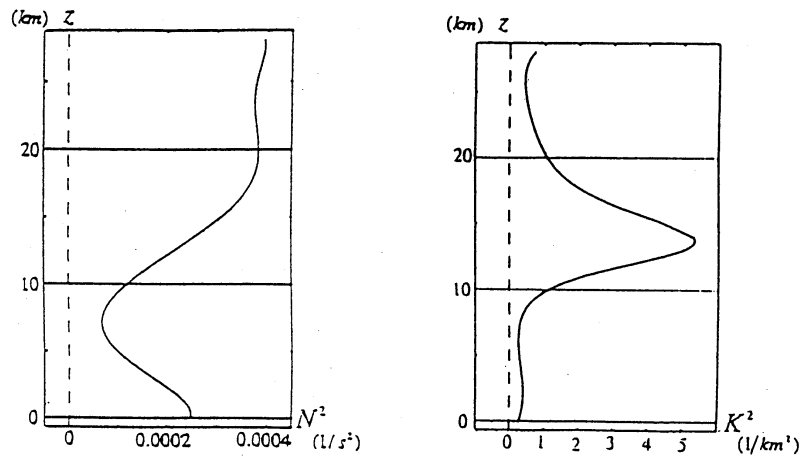


図 15: 計算された基本場の (a) 浮力振動数 (b) スコラパラメータ (1991 年 4 月 8 日 1200GMT 館野)

図 14 は Pressure Dip 通過以前の館野における風と温度の鉛直断面図である。対流圏界面は 15km 付近に存在するが、Pressure Dip の伝播速度 c_0 が 18.0m/s であるために、およそ高度 10km 付近に臨界高度 ($u_0(z) - c_0 = 0$) が存在する。通常、Wave Guide の上端は対流圏界面に設定するが、臨界高度が存在する場合には臨界層が波の反射領域となるとも考えられている (Rottman & Einaudi (1993)) ので、ここでは高度 10km に Wave Guide の上端を設定した。

これから鉛直固有値を求めることが出来るわけだが、一例として最も位相速度が一致する固有値の場合の解を示しておこう。図 16 に示すのは、鉛直固有値として 18.7m/s の場合の構造関数である。

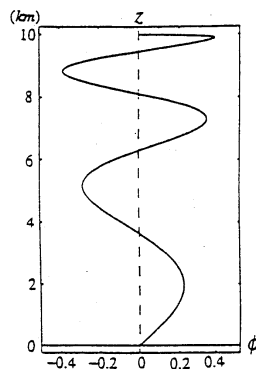


図 16: $c_0 = 18.7\text{m/s}$ に対応する鉛直構造関数 $\phi(z)$

表 2: 計算値と観測値の比較

	計算値	観測値
伝播速度	18.7 m/s	18.0±1.0 m/s
λ	2.6×10 km	6.0×10±2.0 km
地上気圧	-1.5 mb	-3.5±0.5 mb

この固有関数を用いて計算した KdV ソリトン解の結果は表 2 に示すとおりで、伝播速度はよい一致を示してもスケールパラメータ λ は半分程度、地上気圧についても振幅が半分程度にしかない。実は、このような結果は Lin & Goff(1988) の Pressure Dip を解析し直した Rottman & Einaudi (1993) でも同様の傾向を示しており、現在の Pressure Dip に対する KdV ソリトンモデルの定式化における何らかの欠点を示しているようにも思われる。

参考文献

- Christie, D.R. (1989) : Long nonlinear waves in the lower atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, **46**, 1462-1491.
- Clarke, R.H., R.K. Smith & D.G. Reid (1981) : The morning glory of the Gulf of Carpentaria: an atmospheric undular bore. *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 1726-1750.
- Doviak, R.J., & R.S. Ge (1984) : An atmospheric solitary gust observed with a Doppler radar, a tall tower and a surface network. *J. Atmos. Sci.*, **41**, 2559-2573.
- , & D.R. Christie (1989) : Thunderstorm-generated solitary waves: a wind shear hazard. *J. Aircraft*, **26**, 423-431.
- , S.S. Chen & D.R. Christie (1991) : A thunderstorm-generated Solitary wave observation compared with theory for nonlinear waves in a sheared atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, **48**, 87-111.
- Lin, Y.-L. & R.C. Goff (1988) : A study of a Mesoscale Solitary wave in the atmosphere originating near a region of deep convection. *J. Atmos. Sci.*, **45**, 194-205.
- Rottman, J.W. & F. Einaudi (1993) : Solitary Waves in the Atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, **50**, 2116-2136.
- 辻村 豊 (1993) : ソリトンと気象現象 気象研究ノート 特集「気象とソリトン・モドン」 **178**, 46-99.
- Tsujimura, Y.N., Y. Yamakoshi, M. Miyao & K. Matsuda (1995) : *in preparation*